

## Distributions quasi-stationnaires pour des processus de population

Sylvie Méléard

Notre but dans ce cours est d'étudier le comportement de la taille d'une population biologique isolée modélisée par différents processus aléatoires. La compétition pour des ressources limitées empêche une population sans immigration de croître indéfiniment, et va l'entraîner à s'éteindre en un temps fini, presque-sûrement. Néanmoins, ce temps d'extinction peut être très grand comparé à l'échelle de temps humaine, et il peut arriver que certaines espèces survivent stablement pendant de longues périodes avant l'extinction. Une notion mathématique utilisée pour décrire ce comportement intermédiaire est la notion mathématique de distribution quasi-stationnaire.

Plus précisément, une distribution quasi-stationnaire pour un processus  $Z$  est une probabilité  $m$  satisfaisant la propriété suivante. Si la loi initiale du processus  $Z$  est  $m$ , alors la loi du processus conditionné à ne pas être éteint au temps  $t$  est égale à  $m$ , pour chaque temps  $t$ .

Dans ce cours, nous étudierons l'existence et l'unicité des distributions quasi-stationnaires pour différents modèles de populations en temps continu, prenant en compte la compétition entre les individus, pour de petites ou grandes populations. Chaque cas nécessite différents outils mathématiques, probabilistes ou analytiques. Nous introduirons la loi du processus  $Z$  en un temps  $t$ , conditionnée à la non-extinction du processus  $Z$  en ce temps. Nous pourrons alors étudier le comportement en temps long de cette loi et sa possible convergence vers une distribution quasi-stationnaire. En général, l'existence d'une distribution quasi-stationnaire n'est pas démontrée par une méthode constructive. Nous expliquerons une méthode de particules fondée sur un système de Fleming-Viot pour construire un algorithme de simulation pour ces distributions.