

Le coalescent

Etienne Pardoux

Séance 1. Le coalescent de Kingman. Il s'agit d'un modèle probabiliste apparu en 1982, qui est tout à fait naturel. Il joue pour la description des généalogies un rôle central, analogue à celui du mouvement brownien en finance, ou du processus de Poisson dans l'étude des files d'attente. Il est utilisé pour les études statistiques en génétique des populations, cf. le cours d'O. François. On montrera que le coalescent s'obtient comme modèle limite quand la taille de la population tend vers l'infini, décrivant les parentés de n individus pris dans la population. On décrira le coalescent. On montrera en particulier que le coalescent de Kingman "descend de l'infini", et on verra à quelle vitesse.

Séance 2. La formule d'échantillonnage d'Ewens. On considère maintenant le coalescent avec des mutations (dans le modèle dit "à une infinité d'allèles", c'est à dire que chaque nouvelle mutation donne naissance à un individu d'un nouveau type), qui apparaissent suivant un processus de Poisson d'intensité donnée. La célèbre formule d'Ewens, qui date de 1972, donne la probabilité de trouver dans un échantillon de taille n , a individus d'un premier type, b individus d'un second type,...

Séance 3. La diffusion de Wright-Fisher. On discute l'évolution de la proportion d'un type donné dans une population de taille fixe, comportant des individus de deux types. On montre que la diffusion de Wright-Fisher s'obtient à la limite quand la taille de la population tend vers l'infini. On établit une relation de dualité entre la diffusion de Wright-Fisher et le coalescent de Kingman.

Séance 4. La construction "lookdown" modifiée. On montre que la diffusion de Wright-Fisher s'obtient comme limite presque sûre à partir de la construction dite "look-down modifiée", qui permet de considérer directement une population de taille infinie. On sera amené à rappeler le théorème de de Finetti sur les suites échangeables de variables aléatoires.