Étude de l'application de réflexion CR formelle

Projet de note aux C. R. Acad. Sci. Paris, par Joël MERKER*

(*) LATP, CMI, 39 rue Joliot Curie, F-13453 Marseille Cedex 13
Courriel : **merker@cmi.univ-mrs.fr** Tél : **04 91 53 99 05**. Fax : **04 91 11 35 52**

Résumé. On étudie la convergence de l'application de réflexion CR associée à une équivalence formelle entre deux sous-variétés CR-génériques analytiques réelles minimales de $\mathbb{C}^n$.

Study of the formal CR-reflection mapping

Abstract. We study the convergence of the CR reflection mapping associated with a formal equivalence of two minimal CR-generic real analytic submanifolds in $\mathbb{C}^n$.

---

1. Application de réflexion et équivalences formelles de variétés CR

Soient (M,p) et (M',p') deux germes de sous-variétés CR-génériques analytiques réelles de $\mathbb{C}^n$ ayant même codimension d et même dimension CR m, avec bien sûr $m+d=n$. Dans des coordonnées holomorphes t s'annulant en p, on peut supposer que (M,p) est le lieu d'annulation de d fonctions $\rho_1(t,\bar{t}),\dots,\rho_d(t,\bar{t})$ analytiques réelles qui satisfont $\rho_1(0)=\cdots=\rho_d(0)=0$ et $\partial\rho_1\wedge\cdots\wedge\partial\rho_d(0)\neq 0$. De même, soient $\rho'_l(t',\bar{t}')=0$, $l=1,\dots,d$, des équations pour (M',p'). Soit $h(t)=(h_1(t),\dots,h_n(t))$ une collection de séries formelles $h_j(t)\in\mathbb{C}[\![t]\!]$ avec $h_j(0)=0$. Par définition, h induit une application formelle entre (M,p) et (M',p') s'il existe une matrice de taille $d\times d$ de séries formelles $b(t,\bar{t})$ telle que $\rho'(h(t),\bar{h}(\bar{t}))\equiv b(t,\bar{t})\,\rho(t,\bar{t})$. On dira que h est une *équivalence* formelle si de plus $\det\left(\frac{\partial h_i}{\partial t_j}(0)\right)_{1\leq i,j\leq n}\neq 0$. Des conditions suffisantes pour qu'une telle application formelle $h(t)$ converge sont données dans [2,3].

Dans un travail antérieur [6] et en étudiant les travaux de Diederich-Pinchuk [4,5], l'auteur a remarqué l'existence d'un invariant plus général que l'application h, qu'on appellera *application de réflexion*, et suggéré l'intérêt d'établir sa régularité, lorsque (M',p') n'est pas essentiellement finie, ou plus généralement, sans faire d'hypothèse de non-dégénérescence sur (M',p'). Soient des coordonnées $t'=(w',z')\in\mathbb{C}^m\times\mathbb{C}^d$, s'annulant en p' telles que les d équations de la complexifiée $(\mathcal{M}',(p',\bar{p}'))\subset\mathbb{C}^{2n}$ s'écrivent $\xi'_l=Q'_l(\zeta',t')=\sum_{\gamma\in\mathbb{N}^m}\zeta'^{\gamma}\,Q'_{l,\gamma}(t')$, $l=1,\dots,d$, où $\tau'=(\zeta',\xi')\in\mathbb{C}^m\times\mathbb{C}^d$ (*voir* [2], chap. IV). Alors l'application de réflexion associée à h dans ce système de coordonnées s'exprime par une série formelle vectorielle :

$$\mathcal{R}'_h(\tau',t):=\xi'-\sum_{\gamma\in\mathbb{N}^m}\zeta'^{\gamma}\,Q'_\gamma(h(t))\in\mathbb{C}[\![\tau',t]\!]^d. \tag{1}$$

En toute rigueur, cette application $\mathcal{R}'_h$ dépend du système de coordonnées t', mais grâce à l'invariance biholomorphe des variétés de Segre, on démontre que la convergence de $\mathcal{R}'_h$ est une propriété invariante. La variété (M,p) est dite *minimale* (au sens de Tumanov) s'il n'existe pas de sous-variété CR *stricte* (N,p) contenue dans (M,p) et de dimension CR égale à m.

THÉORÈME 1. – *Si (M,p) est minimale, l'application de réflexion $\mathcal{R}'_h$ est convergente.*

Remarques. **(a)** De manière équivalente, *toutes les applications formelles* $q_\gamma(t) := Q'_\gamma(h(t))$ *appartiennent à* $\mathbb{C}\{t\}^d$ et il existe $C, \delta > 0$ tels que $|t| < \delta \Rightarrow |Q'_\gamma(h(t))| < C^{|\gamma|+1}$.

(b) On supposera dans toute la suite (M,p) minimale au sens de Tumanov.

(c) Le cas hypersurface du Théorème 1 est traité dans [9], avec une méthode qui ne permet pas de traiter la codimension quelconque.

Voici deux applications importantes de ce théorème. Premièrement :

THÉORÈME 2. – *Si (M',p') est holomorphiquement non-dégénérée, $h(t) \in \mathbb{C}\{t\}^n$.*

En effet, rappelons [11] que (M',p') est holomorphiquement non-dégénérée si et seulement si il existe des entiers $l_1,\ldots,l_n$ avec $1 \le l_i \le d$ et des multi-indices $\gamma_1,\ldots,\gamma_n \in \mathbb{N}^m$ tels que $\det(\frac{\partial Q'_{l_i,\gamma_i}}{\partial t'_j}(t'))_{1\le i,j\le n} \not\equiv 0$ dans $\mathbb{C}\{t'\}$. On pose $R_i(t,t') := Q'_{l_i,\gamma_i}(t') - q_{l_i,\gamma_i}(t) \in \mathbb{C}\{t,t'\}$. Dans ce cas, les hypothèses du lemme suivant sont satisfaites :

LEMME 1. – *Soient $R(t,t') \in \mathbb{C}\{t,t'\}^n$, $t \in \mathbb{C}^n$, $t' \in \mathbb{C}^n$, et $h(t) \in \mathbb{C}[\![t]\!]^n$, $h(0) = 0$, vérifiant: $R(t,h(t)) \equiv 0$ et $\det(\frac{\partial R_i}{\partial t'_j}(t,h(t)))_{1\le i,j\le n} \not\equiv 0$ dans $\mathbb{C}[\![t]\!]$. Alors $h(t) \in \mathbb{C}\{t\}^n$.*

Réciproquement, il est facile d'établir que si (M',p') est holomorphiquement dégénérée, il existe une équivalence formelle $\widehat{h}$ entre (M',p') et (M',p') non convergente (*voir* [2,3,8]). Le Théorème 2 donne ainsi une *condition nécessaire et suffisante* pour la convergence d'une équivalence formelle entre deux variétés analytiques réelles CR-génériques minimales.

Deuxièmement, d'après le théorème d'approximation d'Artin [1] appliqué aux équations analytiques $Q'_\gamma(t') - q_\gamma(t) = 0$, $\gamma \in \mathbb{N}^m$, satisfaites par $h(t)$, pour tout $N \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$, il existe $H_N(t) \in \mathbb{C}\{t\}^n$ vérifiant $Q'_\gamma(H_N(t)) = q_\gamma(t)$, $\forall\,\gamma$, telle que $H_N(t) \equiv h(t) \bmod (|t|^N)$. On vérifie que pour $N \ge 2$ l'application $t \mapsto H_N(t)$ établit alors un biholomorphisme entre (M,p) et (M',p'). En conclusion :

THÉORÈME 3. – *(M,p) et (M',p') sont biholomorphes ssi elles sont formellement équivalentes.*

Remarque. Ce résultat a été obtenu récemment par Baouendi-Rothschild-Zaitsev dans [3] en supposant l'application $t' \mapsto (Q'_\gamma(t'))_{\gamma\in\mathbb{N}^m}$ de rang constant au voisinage de p'.

Résumons maintenant les idées principales de la démonstration du Théorème 1.

2. Convergence de $\mathcal{R}'_h$ et de ses jets sur les chaînes de Segre

L'application h induit une application formelle $(h,\bar{h})$ entre les complexifiées $(\mathcal{M},0)$ et $(\mathcal{M}',0)$. On note $\mathcal{L} = (\mathcal{L}^1,\ldots,\mathcal{L}^m)$ et $\underline{\mathcal{L}} = (\underline{\mathcal{L}}^1,\ldots,\underline{\mathcal{L}}^m)$ des bases de $T^{1,0}\mathcal{M}$ et $T^{0,1}\mathcal{M}$ à coefficients holomorphes. Dans des coordonnées $t = (w,z) \in \mathbb{C}^m \times \mathbb{C}^d$ telles que les d équations de la complexifiée $(\mathcal{M},(p,\bar{p}))$ s'écrivent $\xi_l = Q_l(\zeta,t)$, $l = 1,\ldots,d$, où $\tau = (\zeta,\xi) \in \mathbb{C}^m \times \mathbb{C}^d$, on peut choisir pour de tels champs $\mathcal{L}^j := \frac{\partial}{\partial w_j} + \frac{\partial \bar{Q}(w,\tau)}{\partial w_j}\frac{\partial}{\partial z}$ et $\underline{\mathcal{L}}^j := \frac{\partial}{\partial \zeta_j} + \frac{\partial Q(\zeta,t)}{\partial \zeta_j}\frac{\partial}{\partial \xi}$ (en notation vectorielle). On note $\mathcal{L}_w(0) = \exp(w^1\mathcal{L}^1(\cdots\exp(w^m\mathcal{L}^m(0))))$ le m-flot de $\mathcal{L}$, $w \in \mathbb{C}^m$, et de même pour $\underline{\mathcal{L}}_\zeta(0)$, $\zeta \in \mathbb{C}^m$. Explicitement, on a $\mathcal{L}_w(0) = (w,\bar{Q}(w,0),0,0) \in \mathbb{C}^m \times \mathbb{C}^d \times \mathbb{C}^m \times \mathbb{C}^d$. Appelons les concaténations alternées de tels flots *k-chaînes de Segre* (*voir* [7]) ; par exemple, pour $k = 2j$, $(w_1,\ldots,w_{2j}) \mapsto \underline{\mathcal{L}}_{w_{2j}}(\mathcal{L}_{w_{2j-1}}(\ldots\underline{\mathcal{L}}_{w_2}(\mathcal{L}_{w_1}(0)))) \in \mathcal{M}$. Si on convient de noter $w_{(k)} := (w_1,\ldots,w_k)$, où $w_1,\ldots,w_k \in \mathbb{C}^m$ sont proches de 0, ces k-chaînes seront abrégées dans la suite par $\Gamma_k(w_{(k)})$. D'après le critère de minimalité de [2] revu dans [7], (M,p) est minimale si et seulement si il existe un entier $\nu_p \le d$, le *type de Segre de M en p*, tel que Γ_k induit une submersion sur un voisinage de 0 dans $(\mathcal{M},0)$ pour tout $k \ge 2\nu_p + 1$. Cette propriété peut d'ailleurs être prise comme définition de la minimalité. Pour démontrer le Théorème 1, il suffit donc d'établir le lemme technique principal suivant.

LEMME 2. – *Pour tout* $k \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$, *on a* $\mathcal{R}'_h(\tau', \Gamma_k(w_{(k)})) \in \mathbb{C}\{\tau', w_{(k)}\}^d$.

Par souci de simplicité, traitons seulement le cas $k = 2$ du lemme ; la démonstration complète (*voir* [7,8]) paraîtra ultérieurement.

3. Symétrie par conjugaison complexe et dérivations CR

Tout d'abord, notons $r'(t', \tau') := z' - \bar{Q}'(w', \tau')$, d'où $\bar{r}'(\tau', t') = \xi' - Q'(\zeta', t')$ et aussi $r(t, \tau) := z - \bar{Q}(w, \tau)$. Il existe une matrice $d \times d$ de séries formelles $b(t, \bar{t})$ telle que $r'(h(t), \bar{h}(\tau)) \equiv b(t, \tau)\, r(t, \tau)$, d'où par conjugaison et polarisation $\bar{r}'(\bar{h}(\tau), h(t)) \equiv \bar{b}(\tau, t)\, \bar{r}(\tau, t)$ aussi. On dira que $r'(h(t), \bar{h}(\tau)) \equiv 0$ "sur $\mathcal{M}$", c'est-à-dire pour $r(t, \tau) = 0$, ce qui équivaut à $\bar{r}(\tau, t) = 0$, par réalité de la variété M. Si $\beta \in \mathbb{N}^m$, on note $|\beta| := \beta_1 + \cdots + \beta_m$ et $\underline{\mathcal{L}}^\beta := (\underline{\mathcal{L}}^1)^{\beta_1} \cdots (\underline{\mathcal{L}}^m)^{\beta_m}$, qui sont des dérivations CR d'ordre $|\beta|$. Appliquant ces dérivations *aux deux identités* $r'(h(t), \bar{h}(\tau)) \equiv 0$ *et* $\bar{r}'(\bar{h}(\tau), h(t)) \equiv 0$ valables sur $\mathcal{M}$, on obtient deux familles infinies d'équations sur $\mathcal{M}$:

$$(2) \qquad \begin{cases} (*): & f \equiv \bar{Q}'(g, \bar{h}), \quad 0 \;\equiv\; \sum_{\gamma \in \mathbb{N}^m} g^\gamma\; \underline{\mathcal{L}}^\beta(\bar{Q}'_\gamma(\bar{h})), \qquad \forall\, \beta \in \mathbb{N}^m\backslash\{0\}, \\ (\underline{*}): & \bar{f} \equiv Q'(\bar{g}, h), \quad \underline{\mathcal{L}}^\beta \bar{f} \;\equiv\; \sum_{\gamma \in \mathbb{N}^m} \underline{\mathcal{L}}^\beta(\bar{g}^\gamma)\; Q'_\gamma(h), \qquad \forall\, \beta \in \mathbb{N}^m\backslash\{0\}. \end{cases}$$

Or, il existe une matrice $d \times d$ de séries formelles $a'(t', \tau')$ à coefficients dans $\mathbb{C}\{t', \tau'\}$, telle que $r'(t', \tau') \equiv a'(t', \tau')\, \bar{r}'(\tau', t')$ et $a'(0,0) = -I_d$. En appliquant les opérateurs $\underline{\mathcal{L}}^\beta$ à l'identité $r'(t', \bar{h}(\tau)) \equiv a'(t', \bar{h}(\tau))\, \bar{r}'(\bar{h}(\tau), t')$, on a :

$$(3) \qquad \underline{\mathcal{L}}^\beta[r'(t', \bar{h}(\tau))] = 0, \forall\, \beta \in \mathbb{N}^m \iff \underline{\mathcal{L}}^\beta[\bar{r}'(\bar{h}(\tau), t')] = 0, \forall\, \beta \in \mathbb{N}^m.$$

Cette relation montre l'équivalence des systèmes $(*)$ et $(\underline{*})$, que l'on exploitera dans le Lemme 6. Il est important de noter que dans $(*)$, les dérivations portent sur les termes $\bar{Q}'_\gamma(\bar{h})$ dont les conjugués interviennent dans la définition de $\mathcal{R}'_h$, alors que dans $(\underline{*})$ les dérivations portent sur les composantes de $\bar{h}$. La démonstration du Lemme 2 pour $k = 2$ procède en quatre moments.

LEMME 3. – *On a* $Q'_\beta(h(\Gamma_1(w_1))) \in \mathbb{C}\{w_1\}^d$ *pour tout* $\beta \in \mathbb{N}^m$ *et* $w_1 \in \mathbb{C}^m$.

Preuve. Grâce à l'hypothèse d'équivalence $\det\left(\frac{\partial h_i}{\partial t_j}(0)\right)_{1 \le i,j \le n} \neq 0$, on transforme classiquement (*cf.* [2,3]) le système $(\underline{*})$ en un système équivalent comme suit. Par récurrence sur $\beta \in \mathbb{N}^m$, il existe des séries Ω_β d-vectorielles, *holomorphes en leurs variables* dans un voisinage de $(0, 0, \nabla^{|\beta|}\bar{h}(0))$, telles que pour tout $(t, \tau) \in \mathcal{M}$ l'identité suivante soit satisfaite :

$$(4) \quad \Omega_\beta(t, \tau, \nabla^{|\beta|}\bar{h}(\tau)) \equiv \frac{1}{\beta!}\partial^\beta_{\zeta'} Q'(\bar{g}(\tau), h(t)) \equiv Q'_\beta(h(t)) + \sum_{\gamma \in \mathbb{N}^m\backslash\{0\}} \frac{(\beta+\gamma)!}{\beta!\; \gamma!}\, \bar{g}(\tau)^\gamma\, Q'_{\beta+\gamma}(h(t)),$$

où l'on a noté ici le κ-jet de $\bar{h}(\tau)$ sous la forme $\nabla^\kappa \bar{h}(\tau) = (\partial^\alpha_\tau \bar{h}(\tau))_{|\alpha| \le \kappa}$. Soit $w_1 \in \mathbb{C}^m$. Alors l'application $\Gamma_1(w_1)$ s'écrit $w_1 \mapsto (w_1, \bar{Q}(w_1, 0), 0, 0) \in \mathbb{C}^m \times \mathbb{C}^d \times \mathbb{C}^m \times \mathbb{C}^d$. Si l'on remplace donc $\tau := (0,0)$ et $t := (w_1, \bar{Q}(w_1, 0))$ dans l'identité précédente (4), on obtient, puisque $\bar{g}(0) = 0$:

$$(5) \quad Q'_\beta(h(\Gamma_1(w_1))) \equiv Q'_\beta(h(w_1, \bar{Q}(w_1, 0))) \equiv \Omega_\beta(w_1, \bar{Q}(w_1, 0), 0, 0, \nabla^{|\beta|}\bar{h}(0)) \in \mathbb{C}\{w_1\}^d. \quad \square$$

LEMME 4. – *Il existe deux constantes* C, $\delta_1 > 0$ *telles que* $|w_1| < \delta_1 \Rightarrow |Q'_\beta(\Gamma_1(w_1))| < C^{|\beta|+1}$.

Preuve. D'après l'estimée de Cauchy sur l'application analytique $Q'(\zeta', t')$, il existe deux constantes C, $\delta > 0$ telles que $|t'| < \delta \Rightarrow |Q'_\beta(t')| < C^{|\beta|+1}$. Soient $q_\beta(w_1) := Q'_\beta(h(\Gamma_1(w_1)))$ les applications analytiques du Lemme 3. On pose $R_\beta(w_1, t') := Q'_\beta(t') - q_\beta(w_1)$. Par hypothèse, il existe la solution formelle $t' := h(\Gamma_1(w_1))$ des équations analytiques $R_\beta(w_1, t') = 0$. Le théorème d'approximation d'Artin [1] fournit alors une solution convergente $H(w_1)$, *i.e.* satisfaisant $Q'_\beta(H(w_1)) - q_\beta(w_1) \equiv 0$. Donc il suffit de choisir $\delta > 0$ tel que $|w_1| < \delta_1 \Rightarrow |H(w_1)| < \delta$. $\square$

On étudie maintenant toutes les dérivées $\partial_t^\alpha(Q'_\beta(h(t)))$, $\alpha \in \mathbb{N}^n$, des applications $Q'_\beta(h(t))$. Soit Υ^k les d champs de vecteurs tangent à $\mathcal{M}$ définis par $\Upsilon^k := \frac{\partial}{\partial z_k} + \frac{\partial\Theta(\zeta,t)}{\partial z_k}\frac{\partial}{\partial\xi}$. On note $(s,q) \mapsto \Upsilon_s(q)$ le flot de Υ^k, $q \in \mathcal{M}$, $s \in \mathbb{C}$. En remplaçant (t,τ) par $\Upsilon_s^k(\Gamma_1(w_1))$ dans les identités (4) et en dérivant par rapport à s en $s=0$, on obtient la généralisation suivante des Lemmes 3 et 4.

LEMME 5. – *Pour tous $\alpha \in \mathbb{N}^n$, $\beta \in \mathbb{N}^m$, les dérivées $\partial_t^\alpha(Q'_\beta(h(t)))$, restreintes à la première chaîne de Segre convergent, i.e. il existe des séries convergentes $q_{\alpha,\beta}(w_1)$, $w_1 \in \mathbb{C}^m$, telles que*

$$\partial_t^\alpha(Q'_\beta(h(t)))|_{t=\Gamma_1(w_1)} \equiv q_{\alpha,\beta}(w_1). \tag{6}$$

De plus il existe des constantes C_α, $\delta_\alpha > 0$ telles que $|w_1| < \delta_\alpha \Rightarrow |q_{\alpha,\beta}(w_1)| < (C_\alpha)^{|\beta|+1}$. □

Dans le système $(*)$, on remplace maintenant (t,τ) par les valeurs de la deuxième chaîne de Segre *conjuguée, i.e.* par $\underline{\Gamma}_2(w_1,w_2) := \mathcal{L}_{w_2}(\underline{\mathcal{L}}_{w_1}(0)) = (w_2, \bar{Q}(w_2,w_1,Q(w_1,0)), w_1, Q(w_1,0))$. Observons que $\bar{h}(\underline{\Gamma}_2(w_1,w_2)) = \bar{h}(w_1,Q(w_1,0)) = \bar{h}(\underline{\Gamma}_1(w_1))$. Ainsi, grâce au Lemme 5, les termes $\underline{\mathcal{L}}^\beta(\bar{Q}'_\gamma(\bar{h})) \circ \underline{\Gamma}_2(w_{(2)})$ sont des séries convergentes $\psi_{\beta,\gamma}(w_{(2)})$ et l'on récrit le système $(*)$:

$$f \circ \underline{\Gamma}_2(w_{(2)}) \equiv \sum_{\gamma\in\mathbb{N}^m} (g \circ \underline{\Gamma}_2(w_{(2)}))^\gamma\ \psi_{0,\gamma}(w_{(2)}), \qquad 0 \equiv \sum_{\gamma\in\mathbb{N}^m} (g \circ \underline{\Gamma}_2(w_{(2)}))^\gamma\ \psi_{\beta,\gamma}(w_{(2)}). \tag{7}$$

LEMME 6. – *On a $Q'_\beta(h \circ \underline{\Gamma}_2(w_{(2)})) \in \mathbb{C}\{w_{(2)}\}^d$ pour tout $\beta \in \mathbb{N}^m$ et $w_{(2)} \in \mathbb{C}^{2m}$.*

Preuve. Puisque l'application formelle $h \circ \underline{\Gamma}_2(w_{(2)})$ est une solution du système d'équations analytiques (7), le théorème d'Artin fournit une solution convergente $H(w_{(2)}) \in \mathbb{C}\{w_{(2)}\}^n$. Grâce à l'équivalence (3), on déduit que H vérifie $\bar{f} \equiv \sum_{\gamma\in\mathbb{N}^m} \bar{g}^\gamma\, Q'_\gamma(H)$ et $\underline{\mathcal{L}}^\beta \bar{f} \equiv \sum_{\gamma\in\mathbb{N}^m} \underline{\mathcal{L}}^\beta(\bar{g}^\gamma)\, Q'_\gamma(H)$. Pour terminer, on utilise un lemme d'unicité qui consiste à comparer ces équations au système $(\underline{*})$ de (2) ; on obtient : $Q'_\beta(h(\underline{\Gamma}_2(w_{(2)}))) \equiv Q'_\beta(H(w_{(2)})) \in \mathbb{C}\{w_{(2)}\}^d$. □

Enfin, l'estimée de Cauchy évidente $|w_{(2)}| < \delta_2 \Rightarrow |Q'_\beta(H(w_{(2)}))| < C_2^{|\beta|+1}$ permet de conclure que $\mathcal{R}'_h(\tau', \underline{\Gamma}_2(w_{(2)})) \in \mathbb{C}\{\tau', w_{(2)}\}^d$, comme annoncé.

Remerciements. Je tiens à remercier Sylvain Damour pour des lectures minutieuses de ce travail.

Références bibliographiques

[1] **Artin M.**, *On the solutions of analytic equations*, Invent. Math. **5** (1968), 277–291.
[2] **Baouendi M.S., Ebenfelt P. and Rothschild L.P.**, *Real Submanifolds in Complex Space and Their Mappings*, Princeton Math. Ser. **47**, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 1999.
[3] **Baouendi M.S., Rothschild L.P. and Zaitsev D.**, *Equivalences of real submanifolds in complex space*, Preprint.
[4] **Diederich K. and Pinchuk S.**, *Proper holomorphic maps in dimension 2 extend*, Indiana Univ. Math. J. **44** (1995), no.4, 1089–1126.
[5] **Diederich K. and Pinchuk S.**, *Reflection principle in higher dimensions*, Doc. Math. 1998, Extra Vol. II, 703–712.
[6] **Merker J.**, *On the Schwarz symmetry principle in three-dimensional complex euclidean space*, Prépublication École Normale Supérieure, **25** (1997), 62 pp.
[7] **Merker J.**, *Vector field construction of Segre sets*, `arXiv.org/abs/math.CV/9901010`.
[8] **Merker J.**, *Étude de la régularité analytique de l'application de symétrie CR formelle*, `arXiv.org/abs/math.CV/0005290`.
[9] **Mir N.**, *On the convergence of formal mappings of hypersurfaces*, preprint.
[10] **Moser J.K. and Webster S.M.**, *Normal forms for real surfaces in $\mathbb{C}^2$ near complex tangents and hyperbolic surface transformations*, Acta Math. **150** (1983), 255–296.
[11] **Stanton N.**, *Infinitesimal CR automorphisms of real hypersurfaces*, Amer. J. Math. **118** (1996), 209–233.