

**Exercice II.1** (*Le régime alimentaire de l'élan*)

Les différents chercheurs ayant étudié l'élan ont relevé les caractéristiques suivantes. L'élan se nourrit dans 2 types de milieu, en forêt, où il broute les feuilles, et dans les lacs, où il recherche des plantes aquatiques. Ces dernières sont riches en sodium mais peu énergétiques, tandis que les plantes terrestres pauvres en sodium ont un contenu relativement plus élevé en énergie. L'élan a besoin à la fois d'énergie et de sodium pour survivre et se reproduire : son régime alimentaire est donc mixte. La quantité de nourriture qu'il peut absorber en une journée est limitée par la capacité de sa poche stomacale : 19 litres. Dans cet exercice, il s'agit de déterminer mathématiquement le meilleur régime alimentaire de l'élan.



L'analyse de ces plantes a permis d'effectuer les mesures suivantes :

- *Volume massique* :
  - pour les plantes terrestres : 0,9 litres / Kg
  - pour les plantes aquatiques : 1,3 litres / Kg
- *Teneur en sodium* :
  - pour les plantes terrestres : 0 mg / Kg
  - pour les plantes aquatiques : 4 mg / Kg
- *Teneur énergétique* :
  - pour les plantes terrestres : 2900 Kilocalories / Kg
  - pour les plantes aquatiques : 2750 Kilocalories / Kg



L'élan a besoin d'absorber quotidiennement un minimum de 16 mg de sodium. Il a également besoin quotidiennement d'un minimum de 48 000 Kilocalories pour survivre. Modéliser le problème du régime alimentaire de l'élan cherchant à maximiser son énergie.

Cet exercice est inspiré de l'étude réalisée par G. E. Belovsky en 1978 et publiée dans *An introduction to behavioral ecology* de Krebs et Davis. Ses observations d'une population d'élans près du lac supérieur dans le Michigan ont confirmé les résultats obtenus mathématiquement.

**Exercice II.2** (*Rente ou subsistance*)

Un agriculteur a le choix entre deux types de culture : une culture de rente (*cash crop*) et une culture de subsistance (*subsistence crop*). Il souhaite obtenir le revenu maximum de ses cultures. Pour maximiser son profit, il voudrait produire le plus possible. Cependant, des limites lui sont imposées :

- la part de sa propriété vouée à la culture est limitée à 9 acres ;
- sa famille et lui même peuvent fournir au mieux 4500 heures de travail ;
- enfin, le commerce international lui impose un quota minimum sur les cash crop de 6,6 acres.

Nous savons également que :

- 1 kg de subsistence crop nécessite 0,0012 acre et 0,9 heure de travail ;
- 1 kg de cash crop nécessite 0,0015 acre et 0,5 heure de travail.

Quelle quantité de chaque production l'agriculteur devra-t-il produire s'il veut maximiser son profit en tenant compte des contraintes ?

**Exercice II.3** (*Production d'acier*)

Une aciérie produit trois types d'acier A,B,C. Les compositions et prix de vente par tonne de produit sont les suivants :

Matière première	Acier A	Acier B	Acier C
Fer	2t	1t	2t
Houille	1t	3t	2t
Prix de vente	3KF	4KF	2KF

L'entreprise dispose de 30t de fer et 60t de houille par jour.

1. Déterminer la production journalière maximisant le prix de vente.
2. L'aciérie doit limiter sa consommation d'énergie à 20000 unités par jour. L'énergie nécessaire par tonne d'acier (de tout type) est de 1000 unités. Trouver une nouvelle répartition de la production en utilisant la solution précédente.

**Exercice II.4** (*Compagnie Mouliseb*)

La compagnie Mouliseb doit fabriquer 1000 exemplaires de son grille-pain et peut le faire manuellement, de manière semi-automatisée ou entièrement automatisée. La fabrication manuelle demande 1 mn d'ouvrier qualifié, 40 mn d'ouvrier non-qualifié, et occupe 3 mn de la chaîne d'assemblage. La fabrication semi-automatisée demande respectivement 4 mn, 30 mn et 2 mn des mêmes ressources et la fabrication automatisée demande 8 mn, 20 mn et 4 mn. On dispose de 4500 mn d'ouvrier qualifié, de 36000 mn d'ouvrier non-qualifié et de 2700 mn sur la chaîne d'assemblage. Le coût de production d'un grille-pain est 7 Euros pour la production manuelle, 8 Euros pour la semi-automatisée et 8,50 Euros pour la production automatisée.

1. Établir le système de programmation linéaire qui permet de trouver le plan de production minimisant le coût de production.
2. Les minutes de chaînes d'assemblages non-utilisées peuvent être vendues à une autre entreprise au prix de 0,50 €. Modifier la formalisation précédente pour tenir compte de cette possibilité.

