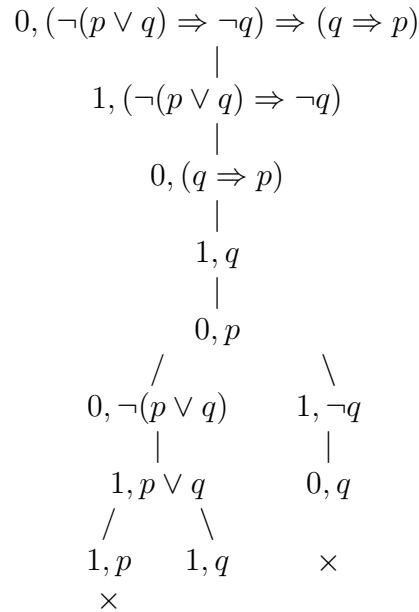
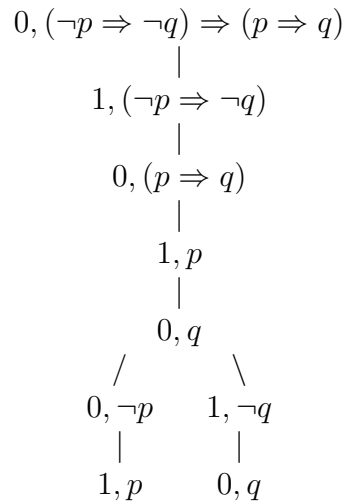




Exercice 1

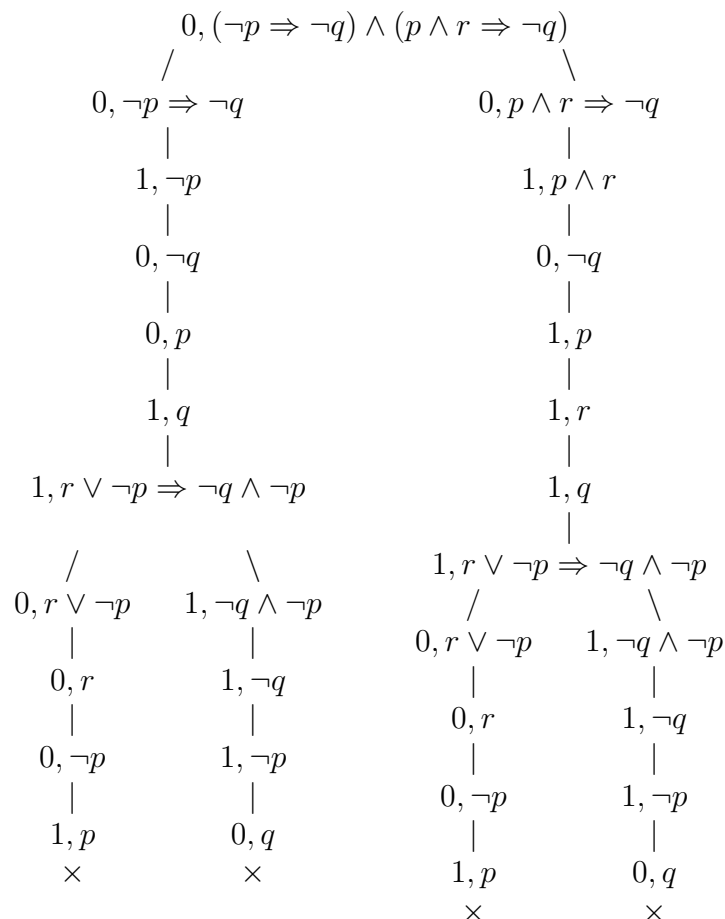


Contre-exemple à la formule $v(q)=1, v(p)=0$.



Tous noeuds développés : on lit un contre-exemple sur les branches non fermées : par exemple à droite on a $v(p)=1, v(q)=0$ qui évalue bien la formule $(\neg p \Rightarrow \neg q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ à 0, donc la négation de la formule est satisfaisable et celle-ci n'est pas une tautologie.

Conséquence Logique :



Donc $(\neg p \Rightarrow \neg q) \wedge (p \wedge r \Rightarrow \neg q)$ est une conséquence logique de l'ensemble $\Gamma = \{p \Rightarrow (q \vee r), (r \vee \neg p) \Rightarrow (\neg q \wedge \neg p)\}$.

Exercice 2 Forme clausale de

$$\begin{aligned}
 & r \Rightarrow (p \Leftrightarrow q) \\
 & r \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)) \\
 & r \Rightarrow ((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)) \\
 & \neg r \vee ((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)) \\
 & (\neg r \vee \neg p \vee q) \wedge (\neg r \vee \neg q \vee p)
 \end{aligned}$$

append(L, [], L).

`append(L, [X | M], [X | R]) :- append(L, M, R).`

`but append(L, M, [a, b]).`

`L = [a, b]`

`M = []`

`Yes (0.00s cpu, solution 1, maybe more) ? ;`

`L = []`

`M = [a, b]`

`Yes (0.00s cpu, solution 2, maybe more) ? ;`

`L = [b]`

`M = [a]`

`Yes (0.00s cpu, solution 3)`

Exercice 3 [4pts] On rappelle qu'un littéral positif est un atome ou la négation d'un atome. Dites si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses (réponse oui ou non).

1. Une clause de Horn ne contient que des littéraux positifs.

non

2. $pair(x) \Rightarrow pair(pair(x) + 2)$ est une formule valide en logique du premier ordre

non un prédicat n'est pas une fonction

3. Les variables libres de la formule $(\forall x (q(x, y) \wedge p(x))) \Rightarrow (\forall y (\exists z (q(z, x) \Rightarrow q(x, x))))$ sont x et y .

oui

4. La formule $\forall z (\exists z (q(z, z) \Rightarrow q(x, x)))$ est un renommage équivalent de la formule $\forall y (\exists z (q(z, y) \Rightarrow q(x, x)))$

non

Exercice 4 (6 pts) Dans cette exercice o est une constante, s un symbole de fonction d'arité 1, $pair$ un symbole de prédicat d'arité 1.

1. Donner un modèle de l'ensemble de la formule :

$$\forall x (pair(x) \Rightarrow pair(s(x))) \wedge pair(o)$$

dont le domaine est l'ensemble des entiers.

Le domaine est fixé mais l'interprétation de s n'est pas forcément le successeur : on peut prendre s interprété par $s(n)=n$ pour tout n . Dans ce cas si j'interprète o par 0 , l'interprétation qui dit que $pair$ est vrai en 0 et faux ailleurs est un modèle.

Si on prend l'interprétation standard, o interprété par 0, $s : n \rightarrow n + 1$, alors on doit avoir $p(0)$ vrai et $p(s(0)=1)$ vrai, puis $p(s(s(0))=2)$ vrai,... donc p est vrai partout. Cette interprétation est bien un modèle de la formule.

2. Donner une interprétation de la formule

$$truc(s(o)) \wedge \forall x (truc(s(s(x))) \Rightarrow truc(x)) \wedge \forall x (truc(s(x)) \Rightarrow \neg truc(x))$$

dont le domaine est l'ensemble $\{0, 1, 2, \dots, n\}$ avec n un nombre impair.

Si on interprète o par 0 et s par $s : n \rightarrow n + 1$, alors l'interprétation de $truc$ par $truc(n)$ vrai ssi n est impair donne un modèle de la formule.

3. Donner un modèle de Herbrand de la formule

$$pair(o) \wedge \forall x (pair(x) \Rightarrow pair(s(s(x)))) \wedge \forall x (pair(x) \Rightarrow \neg pair(s(x)))$$

(vous direz quel est le domaine, l'interprétation des fonctions et des prédicats).

Domaine de Herbrand alors le domaine est fixé : c'est l'ensemble des arbres $o, s(o), s(s(o)), s(s(s(o)))$.

(CE N'EST PAS celui des entiers!)

$pair$ s'interprète par 1 pour tous les $s^n(o)$ avec n pair et par 0 pour les autres.

Alors c'est un modèle de la formule.

4. On suppose que le prédicat d'égalité $=$ est défini par un ensemble de formules E et qu'il s'interprète nécessairement par l'égalité dans le domaine. Donner une formule dont tous les modèles sont de cardinalité 1.

$$\forall x \forall y (x = y)$$

oblige tous les éléments à être identiques.